DE_50: — Strukturelle Primalität der Klassen U_c und der Grad von ñ

Víctor Estrada Díaz
UNIHOLOG

Zusammenfassung

In DE_49 wurde die Idee einer Klasse U_c als Menge von Ausdrücken eingeführt, die dieselbe Konstante c bestimmen.

Dieses Dokument führt diese Konstruktion fort und stellt eine tiefere Frage: Wenn eine Konstante durch eine Klasse U_c dargestellt wird, kann diese Klasse als primär gelten, oder hängt sie strukturell von anderen Klassen ab?

Die Frage wird mittels eines Begriffs der strukturellen Primalität und mittels der strukturellen Abhängigkeitsordnung formuliert:

$$\mathrm{osd}\,(U_c)\,.$$

Im Mittelpunkt steht die geometrische Konstante ñ, die im UNIHOLOG-Rahmen als Beziehung zwischen zwei Geometrien definiert ist. Obwohl sie sich schreiben lässt als

$$\tilde{n} = 8\pi l_p^2\,,$$

ergibt sich ihre Bedeutung nicht aus G, sondern aus einer vorgängigen geometrischen Beziehung. Die Frage ist daher nicht, ob ñ unter Verwendung von l_p geschrieben werden kann, sondern ob $U_{\tilde{n}}$ eine prime oder eine zusammengesetzte Klasse ist.

1. Ausgangspunkt

Sei c eine Konstante.

Wir definieren U_c als die Menge der Ausdrücke, die genau denselben Wert c bestimmen:

$$U_c = \{A\text{: valor } (A) = c\} .$$

Zwei Ausdrücke A und B gehören derselben Klasse U_c an, wenn beide denselben Wert bestimmen:

$$A \sim_c B \Leftrightarrow \text{valor } (A) = \text{ valor } (B) = c .$$

Diese Definition setzt die Verfahren nicht miteinander gleich. Ein exakter algebraischer Ausdruck, eine Folge, ein Integral, eine Ableitung oder ein Kettenbruch können derselben Klasse angehören, wenn sie denselben Wert bestimmen.

Zum Beispiel:

$$e = \lim_{n \to \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$$

und

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

sind verschiedene Ausdrücke, gehören jedoch beide zu U_e .

2. Primäre und abgeleitete Ausdrücke

Nicht alle Ausdrücke einer Klasse U_c besitzen denselben strukturellen Wert.

Wird ein Ausdruck durch eine triviale Umformung eines bereits bekannten Ausdrucks gewonnen, eröffnet er keinen neuen Weg zur Konstante.

Wenn zum Beispiel

$$A \in U_c\,,$$

dann gilt auch:

$$A + 0 \in U_c\,,$$
$$A \cdot 1 \in U_c\,,$$
$$\frac{2A}{2} \in U_c\ .$$

Diese Ausdrücke gehören formal zu U_c, sind aber nicht primär.

Als primären Ausdruck von U_c bezeichnen wir einen Ausdruck, der c bestimmt und nicht als bloße triviale Umformung eines bereits im Katalog enthaltenen Ausdrucks auftritt.

Dieser Begriff ist relativ zum verfügbaren Wissen. Ein Ausdruck kann primär erscheinen, bis eine Herleitung gefunden wird, die ihn mit einem früheren Ausdruck verbindet.

Daher definieren wir vorläufig:

$U_c^{\text{prim}} = \{A \in U_c : A \text{ no es derivada trivial de otra expresión conocida de } U_c\}$.

3. Erzeugung zwischen Klassen

Sei B eine Familie von Klassen:

$$B = \{U_{c_1}, U_{c_2}, \ldots, U_{c_k}\}\ .$$

Wir nennen eine Konstante c aus B erzeugbar, wenn eine zulässige Funktion F existiert, sodass:

$$c = F(c_1, c_2, \ldots, c_k)\,.$$

In diesem Fall:

$$U_c \subseteq \text{Gen}\,(B)\,.$$

Hier bezeichnet Gen (B) die Menge der Klassen, die aus B durch zulässige Operationen gewonnen werden können.

Diese Operationen können Addition, Multiplikation, Division, Potenzen, Wurzeln, Grenzwerte, Reihen, unendliche Produkte, Integrale, Ableitungen oder spezielle Funktionen umfassen, sofern sie wohldefiniert und begründet sind.

Wenn zum Beispiel:

$$A \in U_\alpha$$

und

$$B \in U_\beta,$$

dann:

$$A + B \in U_{\alpha+\beta},$$

$$AB \in U_{\alpha\beta},$$

und, falls $\beta \neq 0$:

$$\frac{A}{B} \in U_{\alpha/\beta}\ .$$

4. Strukturelle Primalität

Die Analogie zu Primzahlen entsteht, wenn wir fragen, ob eine Klasse aus anderen gewonnen werden kann.

Eine Primzahl lässt sich nicht als nichttriviales Produkt kleinerer ganzer Zahlen zerlegen.

Entsprechend kann eine Klasse U_c strukturell prim genannt werden, wenn sie nicht als nichttriviale Kombination anderer unabhängiger Klassen gewonnen wird.

Wir definieren:

$$U_c \text{ es prima respecto de } B$$

wenn:

$$c \notin \text{ Gen } (B \backslash \{U_c\}) .$$

Dies bedeutet nicht, dass U_c keine innere Struktur besitzt.

Eine prime Klasse kann viele Ausdrücke enthalten:

$$A_1 , A_2 , A_3 , \ldots \in U_c .$$

Verneint wird nicht die innere Vielfalt der Ausdrücke, sondern die äußere Abhängigkeit von anderen Klassen.

5. Innere Entwicklung mittels N

Jede berechenbare Konstante besitzt mindestens eine Darstellung durch eine mit natürlichen Zahlen indizierte Folge.

Das heißt: Für eine berechenbare Konstante c existiert eine rationale oder reelle Folge:

$$a{:}N \rightarrow Q$$

sodass:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \; a_n = c .$$

Daher:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \; a_n \in U_c .$$

Dies zeigt, dass eine Klasse strukturell prim sein und zugleich unendliche innere Entwicklungen zulassen kann.

Primalität schließt Entwicklung nicht aus.

Sie schließt lediglich die nichttriviale erzeugende Abhängigkeit von anderen Klassen aus.

6. Strukturelle Abhängigkeitsordnung

Wir definieren die strukturelle Abhängigkeitsordnung einer Klasse U_c als:

$$\text{osd}\,(U_c)\,.$$

Informell misst $\text{osd}\,(U_c)$ die minimale Anzahl von Klassen, die erforderlich sind, um U_c durch eine geschlossene strukturelle Beziehung zu bestimmen.

Eine mögliche Formulierung lautet:

$$\text{osd}\,(U_c) = \min\,\{k : \exists R(c, c_1, \ldots, c_k) = 0\},$$

wobei die Beziehung R nichttrivial sein muss und sich nicht durch Weglassen einer der beteiligten Klassen reduzieren lassen darf.

Wenn:

$$\text{osd}\,(U_c) = 1,$$

dann verhält sich U_c wie eine primäre Klasse.

Wenn:

$$\text{osd}\,(U_c) > 1,$$

dann tritt U_c als Bestandteil einer minimalen Beziehung zu anderen Klassen auf.

7. Die Eulersche Identität

Die Eulersche Identität lautet:

$$e^{i\pi} + 1 = 0\,.$$

Diese Beziehung verbindet die Klassen:

$$U_e, \quad U_i, \quad U_\pi, \quad U_1, \quad U_0 .$$

Sie behauptet nicht, dass:

$$U_e = U_\pi .$$

Ebenso wenig behauptet sie, dass e und π dieselbe Konstante sind.

Sie zeigt vielmehr, dass eine geschlossene strukturelle Beziehung existiert, in der diese Klassen gleichzeitig auftreten.

Wird eine davon als Unbekannte aufgefasst, sind die anderen erforderlich, um sie innerhalb dieser Beziehung zu rekonstruieren.

Zum Beispiel formal:

$$e^{i\pi} = -1 .$$

Versucht man nach π aufzulösen, ergibt sich:

$$\pi = \frac{\log(-1)}{i},$$

doch dieser Ausdruck setzt bereits die komplexe Struktur, die Eins, die Null, die Exponentialfunktion und eine Wahl des Logarithmuszweigs voraus.

Daher hebt Euler die Unabhängigkeit von e, π oder i nicht auf. Er zeigt eine minimale Beziehung, aus der keine dieser Klassen entfernt werden kann, ohne die Struktur zu verändern.

8. Unabhängigkeit und Beziehung sind nicht dasselbe

Zwei Klassen können unabhängig und dennoch miteinander verbunden sein.

Erzeugende Unabhängigkeit besagt, dass eine Klasse nicht nach den zulässigen Regeln aus einer anderen gewonnen wird:

$$U_a \notin \text{Gen}(U_b) .$$

Dennoch kann eine Beziehung existieren:

$$R(a, b) = 0\,.$$

Daher ist zu unterscheiden:

dependencia generativa

von:

relación estructural.

Die Eulersche Identität ist gerade ein Beispiel für eine tiefe strukturelle Beziehung zwischen Klassen, die sich nicht auf triviale Weise aufeinander reduzieren lassen.

9. Der Fall ñ

In UNIHOLOG wird die Konstante ñ als geometrische Konstante eingeführt.

Sie lässt sich schreiben als:

$$\tilde{n} = 8\pi l_p^2\ .$$

Diese Schreibweise muss jedoch nicht notwendigerweise in folgendem Sinne verstanden werden:

$$G \longrightarrow l_p \longrightarrow \tilde{n}\,.$$

Im UNIHOLOG-Rahmen verläuft die begriffliche Richtung wie folgt:

$$\text{relación entre dos geometrías} \longrightarrow \tilde{n} \longrightarrow l_p^2 \longrightarrow G\,.$$

Das heißt: ñ wird nicht als aus G abgeleitete Konstante eingeführt, sondern als vorgängige geometrische Beziehung.

Verwendet man anschließend:

$$l_p^2 = \frac{(\frac{h}{2\pi})G}{c^3},$$

dann:

$$\tilde{n} = \frac{4hG}{c^3}.$$

Und daher:

$$G = \frac{\tilde{n}c^3}{4h}.$$

Somit ist in diesem Rahmen G nicht primär gegenüber ñ.

Im Gegenteil:

$$U_G \subseteq \text{Gen}\,(U_{\tilde{n}}, U_c, U_h).$$

Daher:

$$U_G \text{ es compuesta respecto de } U_{\tilde{n}}.$$

10. Antizirkularität von ñ

Der Zirkularitätseinwand lautet:

$$\tilde{n} = 8\pi l_p^2$$

und:

$$l_p^2 = \frac{(\frac{h}{2\pi})G}{c^3}.$$

Daher scheint ñ von G abzuhängen.

Dieser Einwand gilt jedoch nur, wenn G als Prämisse angenommen wird.

Wird ñ unabhängig als geometrische Beziehung zwischen zwei Strukturen gewonnen, ist G keine Prämisse, sondern eine Konsequenz:

$$G = \frac{\tilde{n}c^3}{4h}.$$

Dieselbe Gleichheit kann in zwei Richtungen gelesen werden.

Die übliche Lesart ist:

$$G \rightarrow l_p^2 \rightarrow \tilde{n}\,.$$

Die UNIHOLOG-Lesart ist:

$$\tilde{n} \rightarrow l_p^2 \rightarrow G\,.$$

Daher liegt keine Zirkularität vor, wenn die Herleitung von ñ geometrisch und von G unabhängig ist.

11. Die offene Frage

Wir kennen den strukturellen Grad von ñ noch nicht.

Die Frage lautet:

$$\text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) = 1$$

oder:

$$\text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) > 1\,.$$

Wenn:

$$\text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) = 1,$$

dann wäre $U_{\tilde{n}}$ eine primäre Klasse.

In diesem Fall wäre ñ ein geometrischer Wert, dessen Bestimmung nicht von anderen Klassen abhängt.

Wenn:

$$\text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) > 1,$$

dann muss eine minimale mathematische oder geometrische Beziehung existieren:

$$R(\tilde{n}, c_1, c_2, \ldots, c_k) = 0\,.$$

In diesem Fall wäre ñ nicht isoliert primär, sondern eine aus einer tieferen strukturellen Beziehung hervorgehende Konstante.

12. Begriffliche Konsequenz

Bei der Suche nach ñ geht es nicht darum, irgendeine Zahlenkombination zu finden.

Die richtige Suche lautet:

$$\exists R{:}R(\tilde{n}, c_1, \ldots, c_k) = 0$$

wobei R Folgendes sein soll:

- nichttrivial;
- minimal;
- geometrisch interpretierbar;
- unabhängig von G als Prämisse;
- fähig, ñ zu bestimmen.

Wird eine solche Beziehung gefunden, ist damit die strukturelle Abhängigkeitsordnung von $U_{\tilde{n}}$ bestimmt.

Existiert keine solche Beziehung und hängt ñ nur von sich selbst als primärer geometrischer Beziehung ab, dann:

$$\text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) = 1\,.$$

13. Schlussfolgerung

DE_49 ermöglichte die Definition von Ausdrucksklassen U_c.

DE_50 führt eine neue Frage ein:

¿qué clases son estructuralmente primas?

Die Eulersche Identität zeigt, dass mehrere Klassen in einer minimalen Struktur miteinander verbunden sein können, ohne sich trivial aufeinander zu reduzieren.

Der Fall ñ wirft eine entsprechende Frage auf:

$$\text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) = 1 \quad \text{o} \quad \text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) > 1$$

Ist $U_{\tilde{n}}$ prim, dann stellt ñ eine irreduzible geometrische Konstante dar.

Ist sie nicht prim, muss eines Tages eine minimale mathematische oder geometrische Beziehung gefunden werden, die sie bestimmt.

In beiden Fällen ist G gegenüber ñ als abgeleitete Klasse eingeordnet und nicht als deren Grundlage.