RU_50: — Структурная простота классов U_c и степень ñ

Víctor Estrada Díaz
UNIHOLOG

Аннотация

В RU_49 введено представление о классе U_c как о множестве выражений, определяющих одну и ту же константу c.

Этот документ продолжает построение и ставит более глубокий вопрос: если константа представлена классом U_c, можно ли считать этот класс первичным или он структурно зависит от других классов?

Вопрос формулируется через понятие структурной простоты и через структурный порядок зависимости:

$$\mathrm{osd}\,(U_c)\,.$$

Центральный случай — геометрическая константа ñ, определённая в рамках UNIHOLOG как соотношение двух геометрий. Хотя её можно записать как

$$ñ = 8\pi l_p^2\,,$$

её смысл происходит не из G, а из предшествующего геометрического соотношения. Поэтому вопрос состоит не в том, можно ли записать ñ с помощью l_p, а в том, является ли $U_{ñ}$ простым или составным классом.

1. Исходная точка

Пусть c — константа.

Определим U_c как множество выражений, определяющих в точности одно и то же значение c:

$$U_c = \{A: \text{valor } (A) = c\} .$$

Два выражения A и B принадлежат одному классу U_c, если оба определяют одно и то же значение:

$$A \sim_c B \Leftrightarrow \text{valor } (A) = \text{ valor } (B) = c .$$

Это определение не отождествляет процедуры между собой. Точное алгебраическое выражение, последовательность, интеграл, производная или цепная дробь могут принадлежать одному классу, если они определяют одно и то же значение.

Например:

$$e = \lim_{n \to \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$$

и

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

являются разными выражениями, но оба принадлежат U_e.

2. Первичные и производные выражения

Не все выражения класса U_c обладают одинаковой структурной ценностью.

Если выражение получено тривиальным преобразованием другого, уже известного выражения, оно не открывает нового пути к константе.

Например, если

$$A \in U_c,$$

то также:

$$A + 0 \in U_c,$$
$$A \cdot 1 \in U_c,$$
$$\frac{2A}{2} \in U_c\ .$$

Эти выражения формально принадлежат U_c, но не являются первичными.

Первичным выражением U_c будем называть выражение, которое определяет c и не представлено как простое тривиальное преобразование другого выражения, уже включённого в каталог.

Это понятие относительно имеющегося знания. Выражение может казаться первичным, пока не найден вывод, связывающий его с более ранним выражением.

Поэтому предварительно определим:

$U_c^{\text{prim}} = \{A \in U_c : A \text{ no es derivada trivial de otra expresión conocida de } U_c\}$.

3. Порождение между классами

Пусть B — семейство классов:

$$B = \{U_{c_1}, U_{c_2}, \ldots, U_{c_k}\}\ .$$

Будем говорить, что константа c порождаема из B, если существует допустимая функция F такая, что:

$$c = F(c_1, c_2, \ldots, c_k)\ .$$

В этом случае:

$$U_c \subseteq \text{Gen}(B).$$

Здесь $\text{Gen}(B)$ обозначает множество классов, получаемых из B с помощью допустимых операций.

Эти операции могут включать сложение, умножение, деление, степени, корни, пределы, ряды, бесконечные произведения, интегралы, производные или специальные функции при условии их корректной определённости и обоснованности.

Например, если:

$$A \in U_\alpha$$

и

$$B \in U_\beta,$$

то:

$$A + B \in U_{\alpha+\beta},$$

$$AB \in U_{\alpha\beta},$$

и, если $\beta \neq 0$:

$$\frac{A}{B} \in U_{\alpha/\beta}.$$

4. Структурная простота

Аналогия с простыми числами возникает, когда мы спрашиваем, можно ли получить один класс из других.

Простое число не раскладывается в нетривиальное произведение меньших целых чисел.

Аналогично класс U_c можно назвать структурно простым, если он не получается как нетривиальная комбинация других независимых классов.

Определим:

$$U_c \text{ es prima respecto de } B$$

если:

$$c \notin \text{Gen}\,(B \backslash \{U_c\})\,.$$

Это не означает, что U_c лишён внутренней структуры.

Простой класс может содержать множество выражений:

$$A_1\,, A_2\,, A_3\,, \ldots \in U_c\ .$$

Отрицается не внутреннее многообразие выражений, а внешняя зависимость от других классов.

5. Внутреннее развёртывание посредством N

Любая вычислимая константа допускает по меньшей мере одно представление последовательностью, индексированной натуральными числами.

То есть для вычислимой константы c существует рациональная или вещественная последовательность:

$$a{:}N \to Q$$

такая, что:

$$\lim_{n \to \infty}\ a_n = c\,.$$

Следовательно:

$$\lim_{n \to \infty}\ a_n \in U_c\ .$$

Это показывает, что класс может быть структурно простым и одновременно допускать бесконечные внутренние развёртывания.

Простота не исключает развёртывания.

Она исключает лишь нетривиальную порождающую зависимость от других классов.

6. Структурный порядок зависимости

Определим структурный порядок зависимости класса U_c как:

$$\text{osd}\,(U_c)\,.$$

Неформально $\text{osd}\,(U_c)$ измеряет минимальное число классов, необходимых для определения U_c посредством замкнутого структурного соотношения.

Одна из возможных формулировок:

$$\text{osd}\,(U_c) = \min\,\{k{:}\exists R(c, c_1, \ldots, c_k) = 0\},$$

где соотношение R должно быть нетривиальным и не должно упрощаться путём исключения одного из участвующих классов.

Если:

$$\text{osd}\,(U_c) = 1,$$

то U_c ведёт себя как первичный класс.

Если:

$$\text{osd}\,(U_c) > 1,$$

то U_c выступает частью минимального соотношения с другими классами.

7. Тождество Эйлера

Тождество Эйлера имеет вид:

$$e^{i\pi} + 1 = 0\,.$$

Это соотношение связывает классы:

$$U_e, \quad U_i, \quad U_\pi, \quad U_1, \quad U_0\,.$$

Оно не утверждает, что:

$$U_e = U_\pi\,.$$

Оно также не утверждает, что e и π являются одной и той же константой.

Оно показывает, что существует замкнутое структурное соотношение, в котором эти классы присутствуют одновременно.

Если один из них принять за неизвестный, остальные необходимы для его восстановления внутри этого соотношения.

Например, формально:

$$e^{i\pi} = -1\,.$$

Если попытаться выразить π, получим:

$$\pi = \frac{\log(-1)}{i},$$

но это выражение уже требует комплексной структуры, единицы, нуля, экспоненты и выбора ветви логарифма.

Следовательно, Эйлер не устраняет независимость e, π или i. Он показывает минимальное соотношение, из которого ни один из этих классов нельзя убрать без изменения структуры.

8. Независимость и связь — не одно и то же

Два класса могут быть независимыми и всё же связанными.

Порождающая независимость утверждает, что один класс не получается из другого по допустимым правилам:

$$U_a \not\subseteq \text{Gen}\,(U_b)\,.$$

Но при этом может существовать соотношение:

$$R(a,b) = 0\,.$$

Поэтому следует отличать:

dependencia generativa

от:

relación estructural.

Тождество Эйлера как раз является примером глубокой структурной связи между классами, которые не сводятся друг к другу тривиальным образом.

9. Случай ñ

В UNIHOLOG константа ñ представлена как геометрическая константа.

Можно записать:

$$\text{ñ} = 8\pi l_p^2\ .$$

Но эту запись не обязательно следует понимать в смысле:

$$G \longrightarrow l_p \longrightarrow \text{ñ}\,.$$

В рамках UNIHOLOG концептуальное направление таково:

$$\text{relación entre dos geometrías} \longrightarrow \text{ñ} \longrightarrow l_p^2 \longrightarrow G\,.$$

То есть ñ вводится не как константа, производная от G, а как предшествующее геометрическое соотношение.

Затем, если использовать:

$$l_p^2 = \frac{(\frac{h}{2\pi})G}{c^3},$$

то:

$$ñ = \frac{4hG}{c^3}.$$

И следовательно:

$$G = \frac{ñc^3}{4h}.$$

Таким образом, в этих рамках G не является первичной относительно ñ.

Наоборот:

$$U_G \subseteq \text{Gen}\,(U_{ñ}, U_c, U_h).$$

Следовательно:

$$U_G \text{ es compuesta respecto de } U_{ñ}.$$

10. Отсутствие кругового рассуждения для ñ

Возражение о круговом рассуждении гласит:

$$ñ = 8\pi l_p^2$$

и:

$$l_p^2 = \frac{(\frac{h}{2\pi})G}{c^3}.$$

Следовательно, может показаться, что ñ зависит от G.

Но это возражение действительно лишь тогда, когда G принимается за предпосылку.

Если ñ получена независимо как геометрическое соотношение двух структур, то G является не предпосылкой, а следствием:

$$G = \frac{\tilde{n}c^3}{4h}.$$

Одно и то же равенство можно читать в двух направлениях.

Стандартное прочтение:

$$G \to l_p^2 \to \tilde{n}.$$

Прочтение UNIHOLOG:

$$\tilde{n} \to l_p^2 \to G.$$

Поэтому кругового рассуждения нет, если вывод ñ геометричен и независим от G.

11. Открытый вопрос

Мы пока не знаем структурную степень ñ.

Вопрос состоит в следующем:

$$\text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) = 1$$

или:

$$\text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) > 1.$$

Если:

$$\text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) = 1,$$

то $U_{\tilde{n}}$ была бы первичным классом.

В таком случае ñ была бы геометрическим значением, определение которого не зависит от других классов.

Если:

$$\text{osd}\,(U_{\text{ñ}}) > 1,$$

то должно существовать минимальное математическое или геометрическое соотношение:

$$R(\text{ñ}, c_1, c_2, \ldots, c_k) = 0\,.$$

В таком случае ñ была бы не изолированно первичной, а константой, возникающей из более глубокого структурного соотношения.

12. Концептуальное следствие

Поиск ñ не состоит в поиске произвольной численной комбинации.

Правильный поиск состоит в следующем:

$$\exists R{:}R(\text{ñ}, c_1, \ldots, c_k) = 0$$

где R должно быть:

- нетривиальным;
- минимальным;
- геометрически интерпретируемым;
- независимым от G как предпосылки;
- способным определить ñ.

Если такое соотношение будет найдено, тем самым будет определён структурный порядок зависимости $U_{\text{ñ}}$.

Если такого соотношения нет и ñ зависит лишь от себя самой как первичного геометрического соотношения, то:

$$\text{osd}\,(U_{\text{ñ}}) = 1\,.$$

13. Вывод

RU_49 позволил определить классы выражений U_c.

RU_50 вводит новый вопрос:

¿qué clases son estructuralmente primas?

Тождество Эйлера показывает, что несколько классов могут быть связаны в минимальной структуре, не сводясь тривиально друг к другу.

Случай ñ ставит аналогичный вопрос:

$$\text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) = 1 \quad \text{o} \quad \text{osd}\,(U_{\tilde{n}}) > 1$$

Если $U_{\tilde{n}}$ проста, то ñ выражает неприводимую геометрическую константу.

Если она не проста, то однажды должно быть найдено минимальное математическое или геометрическое соотношение, которое её определяет.

В обоих случаях G оказывается производным классом относительно ñ, а не её основанием.